



Tổng quan đề thi:

Tên bài	Tên tệp chương trình	Tên tệp dữ liệu vào	Tên tệp dữ liệu ra
Bài 1. Phương trình bậc hai	PTB2.*	PTB2.INP	PTB2.OUT
Bài 2. Đoàn xe qua cầu	DOANXE.*	DOANXE.INP	DOANXE.OUT
Bài 3. Vận chuyển	VANCHUYEN.*	VANCHUYEN.INP	VANCHUYEN.OUT

Ghi chú: Kí tự * là phần mở rộng của tệp chương trình tùy theo ngôn ngữ lập trình (ngôn ngữ C++ là .cpp, ngôn ngữ Python là .py). Thời gian thực hiện chương trình không quá 01 giây.

Bài 1. (7,0 điểm) PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Sau khi học phương pháp giải phương trình bậc hai, các bạn học sinh được thầy giáo cho các bài tập để luyện tập. Các học sinh rất hào hứng đua nhau giải các bài tập xem ai hoàn thành sớm nhất. Để tăng thêm phần hấp dẫn, thầy giáo đã yêu cầu các học sinh làm bài toán ngược lại: cho trước n số nguyên dương đôi một khác nhau u_1, u_2, \dots, u_n , hãy tìm ba số khác nhau trong dãy số đã cho làm ba hệ số a, b, c để phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm là -1 . Khi bắt tay vào làm bài, các học sinh phát hiện ra rằng có rất nhiều cách chọn ra các bộ ba hệ số a, b, c thỏa điều kiện và các em muốn đếm xem có tất cả bao nhiêu cách chọn như thế.

Yêu cầu: Hãy cho biết có bao nhiêu cách chọn ba phần tử khác nhau trong dãy số đã cho làm ba hệ số a, b, c để phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm là -1 .

Dữ liệu vào: Cho từ tệp văn bản PTB2.INP có dạng:

- Dòng thứ nhất ghi số nguyên dương n ($3 \leq n \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai ghi n số nguyên dương u_1, u_2, \dots, u_n ($0 < u_i \leq 10^9, i = 1..n; u_i \neq u_j \forall i \neq j$).

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau một dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản PTB2.OUT gồm một dòng ghi một số nguyên là số cách tìm được.

Ví dụ:

PTB2.INP	PTB2.OUT
6 4 2 13 7 5 10	2

Giải thích: Có 2 cách chọn:

Cách 1: $a = 2, b = 7, c = 5$; phương trình $2x^2 + 7x + 5 = 0$ có nghiệm $x = -1$

Cách 2: $a = 5, b = 7, c = 2$; phương trình $5x^2 + 7x + 2 = 0$ có nghiệm $x = -1$

Giới hạn dữ liệu:

- Có 70% số test ứng với 70% số điểm có giá trị $n \leq 300$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có giá trị $n \leq 3000$;
- Có 10% số test ứng với 10% số điểm có giá trị $n \leq 10^5, u_i \leq n$.

Bài 2. (7,0 điểm) ĐOÀN XE QUA CẦU

Trên tuyến đường một chiều, tình trạng giao thông trở nên đông đúc. Để đảm bảo an toàn, cơ quan chức năng phân nhóm cho các xe qua cầu. Các xe phải di chuyển tuần tự theo nhóm (nghĩa là nhóm i chỉ được di chuyển sau khi toàn bộ xe của nhóm thứ $i - 1$ đã qua cầu và các xe không được phép vượt nhau), tổng trọng lượng của các xe trong nhóm không được vượt quá tải trọng của cầu. Thời gian qua cầu của mỗi nhóm phụ thuộc vào xe có vận tốc thấp nhất trong nhóm.

Có n xe đến cầu, các xe được đánh số từ 1 đến n , xe thứ i có trọng lượng w_i , chạy với vận tốc v_i . Biết cầu có tải trọng P , chiều dài L . Giả thiết rằng $P > w_i \forall i = 1..n$.

Yêu cầu: Bỏ qua khoảng cách giữa các xe, hãy tìm phương án tách đoàn xe thành từng nhóm để toàn bộ xe qua cầu được đảm bảo an toàn với tổng thời gian nhỏ nhất.

Dữ liệu vào: Cho từ tệp văn bản **DOANXE.INP** có dạng:

- Dòng đầu ghi ba số nguyên n, P, L ($1 \leq n \leq 1000, 1 \leq P \leq 100, 1 \leq L \leq 10^3$);
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo ghi hai số nguyên w_i, v_i ($1 \leq w_i \leq P, 1 \leq v_i \leq 100$).
Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau một dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản **DOANXE.OUT** gồm một dòng ghi một số thực là thời gian nhỏ nhất tìm được (làm tròn 2 chữ số thập phân).

Ví dụ:

DOANXE.INP	DOANXE.OUT	Giải thích
10 100 100	24.33	- Nhóm 1: Xe 1 – Thời gian qua cầu: 4.00
40 25		- Nhóm 2: Xe 2, 3 – Thời gian qua cầu: 5.00
50 20		- Nhóm 3: Xe 4, 5, 6 – Thời gian qua cầu: 10.00
50 20		- Nhóm 4: Xe 7, 8 – Thời gian qua cầu: 3.33
70 10		- Nhóm 5: Xe 9, 10 – Thời gian qua cầu: 2.00
12 50		Tổng thời gian:
9 70		4.00 + 5.00 + 10.00 + 3.33 + 2.00 = 24.33
49 30		
38 35		
27 50		
19 70		

Giới hạn dữ liệu:

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm có giá trị $n \leq 10$;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm có giá trị $n \leq 100$;
- Có 10% số test ứng với 10% số điểm có giá trị $n \leq 1000$.

Bài 3. (6,0 điểm) VẬN CHUYỂN

Ngày nay, việc mua sắm trực tuyến trở nên phổ biến. Chúng ta có thể chọn đặt mua những sản phẩm thông qua các kênh bán hàng trực tuyến. Sau đó các đơn vị vận chuyển sẽ nhận kiện hàng và giao đến tận nhà.

Một đơn vị vận chuyển có n trung tâm trung chuyển được đánh số từ 1 đến n . Giữa hai trung tâm trung chuyển được nối với nhau tối đa một tuyến đường hai chiều. Có tất cả m tuyến đường, tuyến đường thứ i nối hai trung tâm a_i và b_i có khoảng cách là c_i ($i=1..m$).

Yêu cầu: Hãy xác định tổng khoảng cách ngắn nhất để vận chuyển một kiện hàng từ trung tâm trung chuyển s đến trung tâm trung chuyển t .

Dữ liệu vào: Cho từ tệp văn bản **VANCHUYEN.INP** có dạng:

- Dòng thứ nhất ghi bốn số nguyên n, m, s, t ($1 \leq s, t \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 10^5, s \neq t$);
- Dòng thứ i trong m dòng tiếp theo ghi ba số nguyên dương a_i, b_i, c_i ($1 \leq a_i, b_i \leq n, a_i \neq b_i, 0 < c_i \leq 10^9$).

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau một dấu cách.

Kết quả: Ghi ra tệp văn bản **VANCHUYEN.OUT** gồm một dòng ghi một số nguyên dương là tổng khoảng cách ngắn nhất để vận chuyển kiện hàng từ trung tâm trung chuyển s đến trung tâm trung chuyển t .

Ví dụ:

VANCHUYEN.INP	VANCHUYEN.OUT
5 7 1 5	10
1 2 3	
1 4 8	
2 3 5	
2 4 4	
3 5 5	
4 3 8	
4 5 3	

Giới hạn dữ liệu:

- Có 80% số test ứng với 80% số điểm có giá trị $n \leq 10^3$;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm có giá trị $n \leq 10^5$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh: _____

Số báo danh: _____

Chữ ký CBCT1: _____

Chữ ký CBCT2: _____



I. Hướng dẫn chung

1) Bài thi được chấm trên máy tính bằng phần mềm Themis – chương trình chấm bài tự động. Giám khảo cũng có thể chấm bài thủ công theo bộ test. Máy tính chấm bài là loại máy có tốc độ CPU từ 3.0GHz trở lên, sử dụng hệ điều hành Windows 7 trở lên.

- Thời gian thực hiện chương trình không quá 01 giây/test.
- Bộ test chấm bài được lưu trong đĩa kèm theo.
- Sử dụng trình biên dịch Code::Blocks 11, Python 3.8.0 trở lên.

2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

II. Đáp án và thang điểm

Bài 1. (7,0 điểm) PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Gồm 10 bộ test, mỗi bộ test 0,7 điểm.

Test	PTB2.INP	PTB2.OUT	Điểm
1	30	82	0,7
2	70	236	0,7
3	120	372	0,7
4	175	462	0,7
5	250	604	0,7
6	285	252	0,7
7	300	132	0,7
8	2993	20	0,7
9	3000	13158	0,7
10	99997	4999600008	0,7

Bài 2. (7,0 điểm) ĐOÀN XE QUA CẦU

Gồm 10 bộ test, mỗi bộ test 0,7 điểm.

Test	DOANXE.INP	DOANXE.OUT	Điểm
1	1 10 10	0.17	0,7
2	3 20 30	1.20	0,7
3	5 30 50	2.80	0,7
4	8 50 80	22.53	0,7
5	9 60 85	26.97	0,7
6	10 50 65	20.04	0,7
7	50 80 90	115.60	0,7
8	80 80 70	203.77	0,7
9	100 100 100	428.19	0,7
10	1000 100 100	4600.12	0,7

Bài 3. (6,0 điểm) VẬN CHUYỂN

Gồm 10 bộ test, mỗi bộ test 0,6 điểm.

Test	VANCHUYEN.INP	VANCHUYEN.OUT	Điểm
1	10 15 3 9	2	0,6
2	100 111 55 100	252	0,6
3	150 160 79 99	54	0,6
4	279 300 76 153	1024	0,6
5	500 500 42 465	878	0,6
6	700 800 268 527	2898	0,6
7	950 955 418 894	4472	0,6
8	1000 1000 7 663	479	0,6
9	9999 100000 999 1132	3493	0,6
10	100000 100000 9999 11234	41726	0,6

HƯỚNG DẪN THUẬT TOÁN**Bài 1. (7,0 điểm) PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

Nhận xét: Vì phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm $x=-1$ nên thay $x=-1$ vào phương trình, ta có $a.(-1)^2 - b.(-1) + c = 0 \Leftrightarrow a - b + c = 0 \Leftrightarrow a + c = b$

Bài toán đưa về đếm số bộ ba phần tử của dãy số thoả điều kiện tổng hai phần tử bằng phần tử còn lại.

- **Subtask 1** : $n \leq 300$

Dùng 3 lệnh lặp duyệt 3 chỉ số i, j, k sao cho $u[i]+u[j]=u[k]$ (với $i \neq j$)

Độ phức tạp : $O(n^3)$.

- **Subtask 2** : $n \leq 3000$

Vì các phần tử của dãy là số dương nên ta có $a, c < b$.

Sắp xếp dãy theo thứ tự tăng dần, duyệt xét từng phần tử $b = u[k]$.

Với mỗi giá trị k , duyệt các chỉ số i và tìm kiếm nhị phân tìm chỉ số j . Độ phức tạp $O(n^2 \log n)$

Hoặc dùng phương pháp 2 con trỏ tìm hai chỉ số i, j . Độ phức tạp $O(n^2)$.

- **Subtask 3** : $n \leq 10^5, u_i \leq n$

Vì các phần tử của dãy là đôi một khác nhau và $u_i \leq n$ nên dãy đã cho chính là hoán vị của n số nguyên dương đầu tiên.

Với mỗi giá trị k ($1 \leq k \leq n$), sử dụng công thức để tính số cách chọn cặp số i, j sao cho $i+j=k$. Độ phức tạp $O(n)$.

Bài 2. (7,0 điểm) ĐOÀN XE QUA CẦU

Gọi $F[i]$ là thời gian ngắn nhất khi các xe từ xe 1 đến xe i qua cầu, ta có:

$$F[i] = \text{Min}\{ F[j-1] + T(j,i) \}, j=1..i-1$$

với $T(j,i)$ là thời gian để nhóm từ xe thứ j đến thứ i qua cầu cùng lúc, $T(j,i)=L/\min(v_j, \dots, v_i)$ khi $w_j + \dots + w_i \leq P$

Độ phức tạp thuật toán $O(n^2)$.

Bài 3. (6,0 điểm) VẬN CHUYỂN

Áp dụng thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ s đến t.

- **Subtask 1** : $n \leq 10^3$
Sử dụng thuật toán Dijkstra thông thường.
- **Subtask 2** : $n \leq 10^5$
Sử dụng thuật toán Dijkstra kết hợp cấu trúc dữ liệu Heap.

--- HẾT ---